

Contrôle continu (2h) Mathématiques financières

Les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans n'importe quel ordre mais numérotez bien chaque question. Les points dépendent aussi (et surtout) de la manière dont vous arrivez aux résultats (raisonnement, formules utilisées) et non uniquement des nombres obtenus à la fin. Les résultats numériques doivent être présentés avec 2 décimales au moins tandis que les calculs intermédiaires doivent être effectués en gardant 4 décimales au moins.

Exercice 1

1) Obtenir la formule de la valeur acquise (ou valeur future) d'une annuité constante au moment du dernier flux. Même question pour une annuité croissante.

Vingt ans avant sa retraite, Paul souhaite se constituer une retraite complémentaire et ouvre un compte d'épargne spécifique qui rapporte 3,10 % par an. Aucun retrait n'est possible pendant ces 20 années.

2) Calculer les taux équivalents mensuel (r_m) et semestriel (r_s) avec 5 décimales.

L'objectif de Paul est de percevoir au moins un complément de 5000 € chaque semestre les 12 premières années de sa retraite.

3) Quelle est la valeur de sa retraite complémentaire au moment du départ ? ✓✓

4) Quelle somme doit-il épargner chaque mois pour atteindre son objectif ? ✓✓

En général, l'épargne-retraite est plutôt alimentée en versant une fraction f du revenu. Au premier versement, le salaire de Paul est de 2350 €. Il augmentera de 0,10 % par mois jusqu'au jour de sa retraite.

5) Quel pourcentage fixe f de son revenu doit-il placer chaque mois pour atteindre son objectif ?

Exercice 2

Vous venez d'être recruté et on vous demande de reprendre une étude concernant trois projets d'investissement. Cette étude recommandait de retenir le projet dont le TRI est le plus élevé. Vous décidez de reprendre toute l'étude. Vous n'avez pas de doute quant à la façon dont les TRI ont été calculés, mais vous ne retrouvez pas toutes les données nécessaires (cellules grisées). Le coût du capital est de 10 % pour les trois projets. Les montants sont en milliers d'euros.

Projet	TRI (%)	Année 0	Année 1	Année 2	Année 3
A	60	-100	30	153	88
B	55	I	0	206	95
C	50	-100	37	0	204 + M

1) À combien s'élève l'investissement initial (I) pour le projet B ?

2) Concernant le projet C, quel est le montant récupérable (M) non enregistré à la fin de l'année 3 (en plus du bénéfice réalisé cette année-là) ?

3) Quelle est la VAN de chaque projet ?

4) Quel projet retenir ? Pourquoi le critère du TRI ne doit-il pas être utilisé ici ?

5) En fait, l'entreprise peut entreprendre plusieurs projets à concurrence de 215 000 €. Lesquels suggèreriez-vous ?

6) Si la direction exigeait un délai de récupération (actualisé) du capital investi de moins de deux ans, quel(s) projet(s) seraient retenus ? Que lui conseilleriez-vous ?

Exercice 3

Vous avez un emprunt sur 5 ans pour lequel vous connaissez uniquement les trois premiers soldes restant dus, à savoir $D_0 = 50\,000,00 \text{ €}$, $D_1 = 40\,392,08 \text{ €}$, $D_2 = 30\,592,00 \text{ €}$ et le premier paiement de $A_1 = 10\,607,92 \text{ €}$.

- 1) Retrouver le taux d'intérêt annuel compté par la banque.
- 2) Reconstituer le tableau d'amortissement de cet emprunt. En déduire la formule de remboursement utilisée.
- 3) Quel est le coût de cet emprunt ?

Formulaire

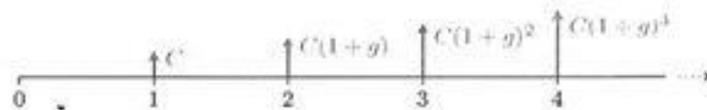
— La valeur actuelle d'une annuité constante de n flux égaux à C est

$$VA = \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1+r)^t} = \frac{C}{r} \left(1 - \frac{1}{(1+r)^n} \right)$$

où r est le taux effectif sur une période.

— La valeur d'une annuité croissante est

$$VA = \frac{C}{r-g} \left(1 - \left(\frac{1+g}{1+r} \right)^n \right)$$



— Si le TRI est compris entre r_1 et r_2 , une valeur approchée peut être obtenue par interpolation linéaire :

$$\frac{r_1 - \text{TRI}}{r_1 - r_2} = \frac{\text{VAN}_1 - 0}{\text{VAN}_1 - \text{VAN}_2} \Leftrightarrow \text{TRI} = r_1 + \frac{(r_2 - r_1)}{(\text{VAN}_1 - \text{VAN}_2)} \times \text{VAN}_1$$

— L'efficacité d'une ressource se mesure par $\frac{\text{Valeur créée}}{\text{Ressource consommée}}$.

Ainsi l'indice de profitabilité est donné par $IP = \frac{VA}{-C_0} = \frac{VA}{I} = \frac{\text{VAN} + I}{I}$.