

Contrôle continu (2h) Mathématiques financières

Les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans n'importe quel ordre mais numérotez bien chaque question. Les points dépendent aussi (et surtout) de la manière dont vous arrivez aux résultats (raisonnement, formules utilisées) et non uniquement des nombres obtenus à la fin. Les résultats numériques doivent être présentés avec 2 décimales au moins tandis que les calculs intermédiaires doivent être effectués en gardant 4 décimales au moins.

Exercice 1

- 1) Quelle est la valeur acquise/future VF d'une somme S placée à un taux annuel r pendant n années ?
- 2) Un versement de 3000 € est effectué sur un compte rémunéré à 3 % par an. Quelle est la valeur acquise sur le compte au bout de 4 ans ? Quel est le montant des intérêts perçus ?
- 3) Un placement de 4500 € rapporte 390 € d'intérêts au bout de 7 ans. Quel en est le taux d'intérêt ?
- 4) Quel capital peut-on emprunter à 6 % (TAP), capitalisé semestriellement si l'on est en capacité de rembourser 1000 € par mois pendant 8 ans ?
- 5) Vous avez gagné à un jeu et vous avez le choix entre recevoir soit 1000 € tout de suite, soit 600 € dans un et deux ans. À quelle condition ces deux options seraient-elles équivalentes ?

Exercice 2

- 1) Obtenir la formule de la valeur acquise d'une annuité constante au moment du dernier flux.

Un compte rémunéré au taux annuel de 4 % est alimenté par un versement de 1000 € par an pendant 20 ans. Tous les 5 ans, un retrait de 5000 € est effectué. Le titulaire du compte veut connaître le solde de ce compte au bout des 20 ans.

- 2) Quelle est la valeur acquise des versements après 20 ans ?
- 3) Calculer la valeur future des retraits au bout de 20 ans et conclure.

Exercice 3

- 1) Un individu rembourse un emprunt de 20 000 € au taux de 10 % sur 8 ans par annuités constantes. Quel est le montant A de ses annuités ?
- 2) S'il avait la possibilité de terminer le remboursement de cet emprunt l'année 4, quel est le montant R de la somme qu'il lui resterait à verser ? Déterminer l'économie ainsi réalisée en comparant l'ensemble des paiements effectués dans les deux cas.
- 3) En réalité, s'il peut encore payer une dernière fois l'annuité A l'année 4, il ne peut plus rembourser le capital restant dû qu'en payant 1000 € tous les 6 mois avec un nouveau taux annuel de 12 %. En combien de temps peut-il rembourser son prêt ?

Formulaire

— La valeur actuelle d'une annuité constante de n flux égaux à C est

$$VA = \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1+r)^t} = \frac{C}{r} \left(1 - \frac{1}{(1+r)^n} \right)$$

où r est le taux effectif sur une période.

— Si le TRI est compris entre r_1 et r_2 , une valeur approchée peut être obtenue par interpolation linéaire :

$$\frac{r_1 - \text{TRI}}{r_1 - r_2} = \frac{\text{VAN}_1 - 0}{\text{VAN}_1 - \text{VAN}_2} \Leftrightarrow \text{TRI} = r_1 + \frac{(r_2 - r_1)}{(\text{VAN}_1 - \text{VAN}_2)} \times \text{VAN}_1$$